



8 bodov



1A. Akým trojčíslím sa končí číslo  $2024^{2024}$  ?

8 bodov



1B. Akým trojčíslím sa končí číslo  $2024^{2024^{2024}}$  }  $2025$  ?

9 bodov



2A. Nájdite všetky prirodzené čísla  $p$ , pre ktoré je každé z čísel

$$p, \quad p + 17, \quad p + 37$$

prvočíslo.

9 bodov



2B. Nájdite všetky prirodzené čísla  $p$ , pre ktoré je každé z čísel

$$p, \quad p + 6, \quad p + 12, \quad p + 24, \quad p + 48$$

prvočíslo.



7 bodov



**3A.** V priestore je daných 9 bodov s celočíselnými súradnicami. Dokážte, že stred niektorej úsečky určenej týmito bodmi má tiež celočíselné súradnice.

7 bodov



**3B.** V rovine je daných 17 bodov, ktoré tvoria vrcholy pravidelného 17-uholníka. ľubovoľné dva rôzne body sú spojené buď modrou, alebo červenou, alebo zelenou úsečkou. Dokážte, že existuje trojuholník s vrcholmi v daných bodoch, ktorého všetky strany sú úsečky rovnakej farby.

10 bodov



**4A.** Nájdite všetky riešenia rovnice  $179x + 182y = 202505$  na množine prirodzených čísel (nulu tiež považujeme za prirodzené číslo).

10 bodov



**4B.** Nájdite všetky riešenia rovnice  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{z} = 1$  na množine prirodzených čísel.



9 bodov



**5A.** Pre nasledujúcu úlohu budeme potrebovať programovací jazyk používajúci „korytnačkovú grafiku“ (*turtle graphics*). Odporúčame použiť buď voľne dostupné *Berkeley Logo*, prípadne môžete použiť aj modul „korytnačka“ (*turtle*) pre jazyk Python. Cieľom je minimalizovať množstvo kódu mimo funkcie, ktorá sa volá rekurzívne. Dôležité je Vaše pochopenie logiky a jej vysvetlenie, takže všetko komentujte a podrobne vysvetlite, najmä pri použití rekurzívne.

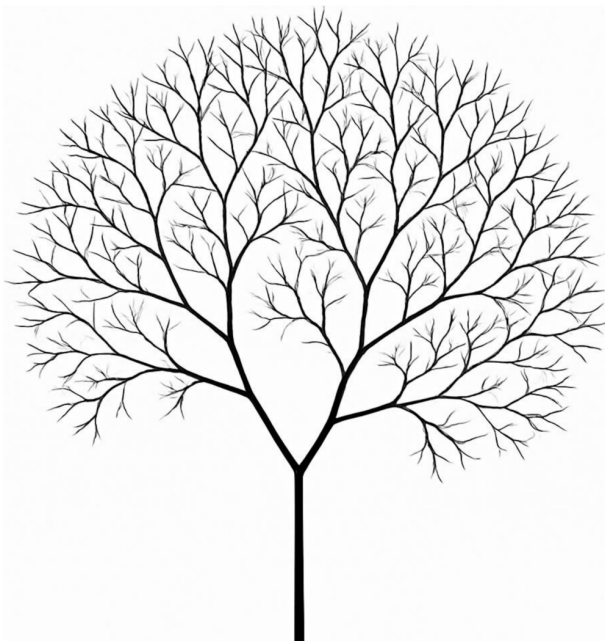
Napište program, ktorý pomocou Loga, alebo modulu „*turtle*“, nakreslí jednoduchý rekurzívny strom. Podmienky kreslenia stromu sú nasledovné:

- Kreslenie stromu sa začína s dĺžkou vetvy 100 jednotiek.
- Kreslenie stromu sa zastaví, ak dĺžka vetvy klesne pod 8 jednotiek.
- Kreslený strom bude asymetrický.
- Každá vetva sa rozvetvuje náhodne na dva až tri konáre s uhlami  $-30^\circ$ ,  $0^\circ$  a  $+30^\circ$  (rôzne vetvy, rôzne uhly).
- Dĺžka každej ďalšej vetvy sa bude náhodne skracovať v rozmedzí od 60 % do 90 % dĺžky predošlej vetvy.

**Úlohy:**

1. Koľkokrát sa rekurzívna funkcia zavolá, ak začíname so stromom dĺžky 100?
2. Napište verziu programu, v ktorej sa farba vetiev bude meniť podľa ich dĺžky.

**Príklad stromu:**





9 bodov



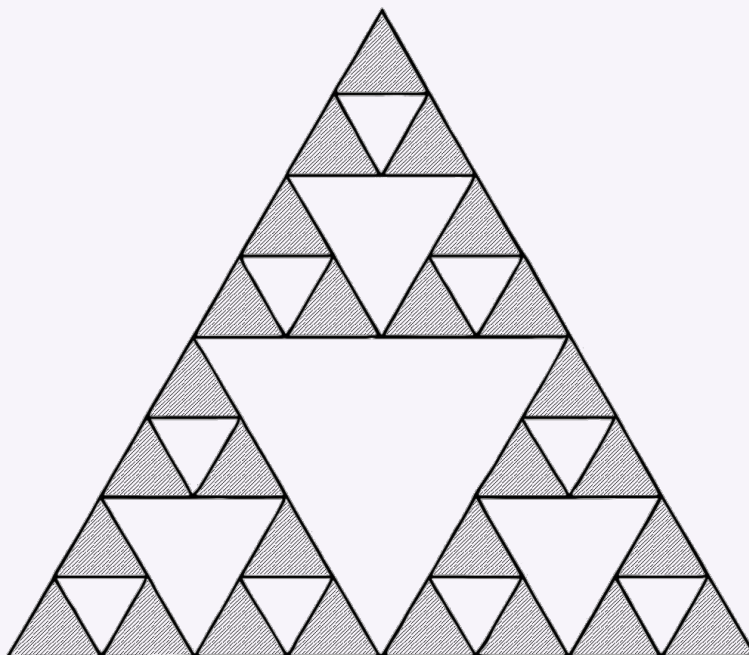
**5B.** Pre nasledujúcu úlohu budeme potrebovať programovací jazyk používajúci „korytnačkovú grafiku“ (*turtle graphics*). Odporúčame použiť buď voľne dostupné *Berkeley Logo*, prípadne môžete použiť aj modul „korytnačka“ (*turtle*) pre jazyk Python. Cieľom je minimalizovať množstvo kódu mimo funkcie, ktorá sa volá rekurzívne. Dôležité je Vaše pochopenie logiky a jej vysvetlenie, takže všetko komentujte a podrobne vysvetlite, najmä pri použití rekurzívne.

Napíšte program, ktorý pomocou Loga, alebo modulu „*turtle*“, nakreslí nasledovný útvar:

- Najskôr sa nakreslí veľký rovnostranný trojuholník so stranou dlhou 200 jednotiek.
- Stredy strán nakresleného trojuholníka sa spoja úsečkami, čím sa pôvodný trojuholník rozdelí na 4 rovnaké rovnostranné trojuholníky. Prostredný trojuholník (na ilustračnom obrázku biely=nevyšráfovaný) sa vyhodí. Z pôvodného trojuholníka zostanú len 3 vyšráfované trojuholníky pri jeho vrcholoch.
- V každej ďalšej iterácii (kroku) sa všetky vyšráfované trojuholníky z predošlého kroku rozdelia na štyri rovnako veľké rovnostranné trojuholníky tak, že sa stredy ich strán spoja úsečkami a prostredné trojuholníky sa vyhodí. Viď ilustračný obrázok.
- Popísaný proces sa bude opakovať rekurzívne dovtedy, kým veľkosť strany trojuholníka neklesne pod 10 jednotiek.

Váš program musí byť riadne okomentovaný a súčasťou riešenia musí byť aj vysvetlenie postupu. Šráfovanie zostávajúcich trojuholníkov nerobte! To je na ilustračnom obrázku len pre lepšie pochopenie postupu.

**Príklad trojuholníkov po 3 iteráciách:**





10 bodov

**6A.** Dešifrujte nasledujúci text a zistite akou transpozičnou šifrou je zašifrovaný (zistite názov šifry a šifrovací kľúč / heslo).

NTTEEOXTETZJIAFSAONVIYFSURKODAIRLNAACRHIIEELXUXX

10 bodov

**6B.** Substitučná šifra, ktorou je zašifrovaný nasledujúci text, bola navrhnutá v roku 1854. Britská armáda ju používala v Búrskvej vojne a potom aj počas I. svetovej vojny a II. svetovej vojny ako poľnú šifru.

Keď túto šifru lord Playfair predvádzal britskému ministrovi zahraničia, tak ten ju neodporučil, pretože sa mu zdala príliš zložitá. Potom lord Playfair predviedol túto šifru v miestnej škole, kde sa ju žiaci veľmi rýchlo naučili bezchybne používať. Keď o tom spolu s autorom šifry hovorili ministrom zahraničia, tak ten im údajne odpovedal: „*Áno džentlmeni, to je síce možné, ale naši diplomati sa to nikdy nenaučia.*“

Dešifrujte nasledujúci text.

KMNUG TVZAL HJUDT FVQUZ GCILA CETAM NKBSE JOJUS HJKMN UGTVZ  
JNLAO EASUS LNLEO TPBTJ XVVOI TAOSF ASAMA LCHTO OGDLF UNESE  
ROXOF SVHYO EZJAJ ABOVQ UTALB SBEHJ ESDMR VLGEL CPAMN JHJMX  
UIALB JROAV HMIOB GHULO RNGMP JVAHU GLJGA MEVLI AGJGR OVQUX  
OTALC HNGBG EHMEV LILGO GXDVR VROJN IOHJA LBJRO AVHML ALMJT GL