



5 bodov



1A. Traja zlatokopi, ktorých cesty sa teraz rozchádzajú pri hostinci na rázcestí, si chcú vyryžované zlato rozdeliť rovnakou mierou, pretože na jeho ryžovanie mali všetci traja rovnaký podiel. Každému z nich patrí jedna tretina zlata. Ako si však majú získaný zlatý prach rozdeliť na tri rovnaké diely? Váhy majú len vo výmennom stredisku, ktoré je vzdialené na niekoľko dní cesty. Bez váh sú odkázaní iba na odhad od oka. Radia sa, ako to spravia, aby to bolo spravodlivé, t. j. aby boli všetci traja spokojní.

Keby boli len dvaja, situácia by bola hneď jednoduchšia. Vtedy by to mohli urobiť tak, že jeden rozdelí zlato na dve, podľa neho rovnaké, časti a druhý si potom jednu z týchto častí vyberie. Vtedy by nebolo dôvodu, aby si niečo navzájom vyčítali. V prípade troch zlatokopov to však takto jednoducho spraviť nepôjde.

Poradte im, ako si majú počínať, keď chcú, aby každý dostal, podľa vlastnej mienky, aspoň tretinu zlata, a to aj vtedy, keby sa zvyšní dvaja tajne proti nemu spikli. Vami navrhovaný spôsob delenia nesmie obsahovať žiadne násilie, ani donucovanie!

5 bodov



1B. Zadanie je rovnaké ako v príklade 1A., avšak teraz sú zlatokopi štyria. Takže vymyslíte spôsob, ako si štyria zlatokopi môžu spravodlivo rozdeliť kopy zlata na štyri rovnaké časti.

6 bodov



2A. Do každého štvorčeka patrí práve jedna cifra 0 až 9. Čísla sa nemôžu začínať nulou!

a	b	c	d
e		f	
g	h	i	
k			

Vodorovne:

- a) Desiatkrát väčšie ako jeho desatina. e) Toto číslo sa nachádza aj medzi zvislými číslami. f) Je o 4 väčšie ako trojnásobok zvislého h). g) Číslo deliteľné 9. i) Piata mocnina svojej druhej číslice. k) Každá číslica je o rovnaké číslo menšia ako predchádzajúca.

Zvisle:

- a) Párne číslo s rovnakými číslicami. b) Päťnásobok zvislého h). c) O 1 väčšie ako zvislé i). d) Aj toto má samé rovnaké číslice. h) Toľko eur má niekto v peňaženke. i) Číslo strany v jednej vynikajúcej knižke.



6 bodov

2B. Do každého štvorčeka patrí práve jedna cifra 0 až 9. Čísla sa nemôžu začínať nulou!

a	b	c	d	e
f		g		
h			i	
j	k	l	m	
n				

Vodorovne:

a) Okrem vodorovného h) iným prvočíslo nie je deliteľné (číslo 1 nepovažujeme za prvočíslo!).
f) Totožné so zvislým c). g) Je deliteľné 7, aj vodorovným m). h) Prvočíslo napísané rovnakými číslicami. i) Deliteľné vodorovným h). m) Je deliteľné každým z čísel 1, 2, 3, 4, 5, 6. n) Je deliteľné číslom 1001.

Zvisle:

a) Deliteľné 9. b) Aj toto číslo je deliteľné 9. c) Deliteľné 8. e) Deliteľné 102. i) Deliteľné číslom 111. k) Začiatok vodorovného n). l) Deliteľné 7.

8 bodov

3A. Televíznej súťaže sa zúčastnili traja súťažiaci. Každý z nich sedel v samostatnej sklenenej kabíne, takže sa navzájom mohli vidieť, ale nemohli sa dohovárať. Organizátor súťaže im ukázal 3 biele a 2 červené čiapky a potom každému z nich nasadil jednu z nich, pričom súťažiaci nevidel akej farby čiapku má nasadenú. Úlohou súťažiaceho bolo zistiť farbu svojej čiapky. Súťaž prebiehala v kolách. V každom kole organizátor zapol signalizačné zariadenie, pomocou ktorého súťažiaci mohol na svojej kabíne zobrazíť predpokladanú farbu svojej čiapky, alebo otáznik, ak sa nevedel rozhodnúť. Súťažiaci, ktorý označí nesprávnu farbu, vypadáva z hry. Súťaž prebiehala takto:

- I. V prvom kole všetci traja súťažiaci odpovedali otáznikom.
- II. V druhom kole rovnako všetci traja odpovedali otáznikom.
- III. V treťom kole nechal organizátor signalizačné zariadenie trvalo zapnuté a prvý, ktorý správne určí farbu svojej čiapky vyhráva. Jednému súťažiacemu sa to po niekoľkých sekundách podarilo.

Akú farbu mala čiapka víťaza a akej farby boli čiapky zvyšných dvoch súťažiacich?



8 bodov



3B. Zadanie je analogické ako v príklade 3A. Rozdiely sú len v tom, že súťaže sa zúčastnilo 10 súťažiacich, bolo 8 bielych a 6 červených čiapok a kabíny boli umiestnené za sebou, takže každý súťažiaci videl len tých spolusúťažiacich, ktorí sedeli v kabínach pred ním, avšak na signalizačnom zariadení každý súťažiaci videl odpovede všetkých ostatných súťažiacich. Kabíny sa číslovali od konca, t. j. posledná kabína mala poradové číslo 1. Súťaž prebiehala v kolách a vyhráva ten súťažiaci, ktorý ako prvý správne určí farbu svojej čiapky. Ak by sa stalo, že v jednom kole viacerí súťažiaci správne určia farbu svojej čiapky, tak to je považované za remízu a nevyhráva nikto. V prvých troch kolách všetci súťažiaci odpovedali otáznikom, vo štvrtom kole jeden súťažiaci správne určil farbu svojej čiapky.

- a) V ktorej kabíne sedel víťaz?
- b) Čo vieme povedať o farbách čiapok ostatných súťažiacich?

10 bodov



4A. Skupina pozorovateľov počas 6 minút sledovala jaštericu. Každý pozorovateľ pozoroval jaštericu presne 1 minútu, pričom zistil, že jašterica počas tejto minúty prebehla presne 1 m. Pred a po uplynutí týchto 6 minút jaštericu nikto nepozoroval a počas týchto 6 minút nenastal žiaden okamih, kedy by jaštericu nepozoroval aspoň jeden pozorovateľ. Ktosi, kto nepatrí medzi spomenutých pozorovateľov, skonštatoval, že počas uvedených 6 minút jašterica prebehla 10 m. Je to možné? Ak áno, tak ako?

10 bodov



4B. Zadanie je analogické ako v príklade 4A, ale jašterica bola pozorovaná počas 10 minút. Akú najdlhšiu trasu mohla jašterica počas týchto 10 minút prebehnúť?



7 bodov



5A. Jedného dňa sa naši priatelia z FEI STU vydali na medziplanetárnu výpravu do systému Alpha Centauri. Medzi prvými planétami, ktoré navštívili bola planéta TerraMachina. Táto planéta slúžila ako hlavný sklad pre zvyšok planét v Alpha Centauri. Bola zložená z obrovských i menších sektorov a robotov, ktorí sa o tieto sektory starali. Už pri prvom pohľade na túto planétu a jej robotov, zostali naši priatelia v nemom úžase. Mihajúci sa roboti krížom krážom okolo nich ich neprestávali udivovať. Hlavný inžinier tejto planéty im vysvetlil ako títo roboti fungujú. Každý jeden robot má na starosť údržbu sektorov podľa čísla, ktoré mu je pridelené. Napríklad:

- **Robot 1** vykonáva údržbu na každom jednom sektore planéty. $(S_1, S_2, S_3, S_4, \dots)$.
- **Robot 2** vykonáva údržbu na každom druhom sektore planéty. $(S_2, S_4, S_6, S_8, \dots)$.
- **Robot 3** vykonáva údržbu na každom treťom sektore planéty. $(S_3, S_6, S_9, S_{12}, \dots)$.
- A tak ďalej ...

Pri údržbe sektora robot spotrebuje 10-násobok svojho prideleného čísla v kilo-Jouloch. Napríklad:

- **Robot 1** spotrebuje 10 kJ.
- **Robot 5** spotrebuje 50 kJ.
- **Robot 7** spotrebuje 70 kJ.
- A tak ďalej ...

Pri jednom kole údržby bude prvých šesť sektorov vyzeráť nasledovne:

- **Sektor 1** bude vyžadovať 10 kJ na svoju údržbu. (Robot 1)
- **Sektor 2** bude vyžadovať 30 kJ na svoju údržbu. (Robot 1 + Robot 2)
- **Sektor 3** bude vyžadovať 40 kJ na svoju údržbu. (Robot 1 + Robot 3)
- **Sektor 4** bude vyžadovať 70 kJ na svoju údržbu. (Robot 1 + Robot 2 + Robot 4)
- A tak ďalej ...

Vyrobených je toľko robotov, že už ani sám inžinier nevie ich konečný počet. Sektory sa taktiež tiahnu až do nedohľadna a teda nevieme ich presný počet. Naši priatelia sa preto zamysleli: „*Ktorý sektor bude ako prvý vyžadovať na svoju údržbu viac než 20 252 025 kJ?*“ Vedel by si im s touto otázkou pomôcť?

Vašou úlohou je vytvoriť funkčný program, ktorý rieši daný problém algoritmicky. Program musí byť napísaný v programovacom jazyku podľa vášho výberu (napr. Python, Java, C++). Riešenie musí obsahovať zdrojový kód so zrozumiteľnými komentármi.



7 bodov



5B. Táto úloha nadväzuje na úlohu 5A.

Potom čo správne zodpovedali otázku, ktorú si sami vymysleli, sa naši priatelia vydali pozrieť aj na ďalšie planéty v systéme Alpha Cenaturi. Keď sa po pár rokoch vrátili na TerraMachina, tak zistili, že roboty už nevládu tak ako vládali kedysi, a aj ich spotreba pri údržbe Sektorov sa razantne zvýšila. Teraz každý jeden robot spotrebuje až 15-násobok svojho prideleného čísla a automaticky sa vráti na centrálu už po údržbe päťdesiatich sektorov. Po oboznámení sa so všetkými novými okolnosťami sa naši priatelia opäť zamysleli nad tou istou otázkou: „Ktorý sektor bude teraz ako prvý vyžadovať na svoju údržbu viac než 20 252 025 kJ?“ Vedel by si im s touto otázkou pomôcť?

Vašou úlohou je vytvoriť funkčný program, ktorý rieši daný problém algoritmicky. Program musí byť napísaný v programovacom jazyku podľa vášho výberu (napr. Python, Java, C++). Riešenie musí obsahovať zdrojový kód so zrozumiteľnými komentármi.

9 bodov



6A. Dešifrujte nasledujúci text:

```
>00>E >0>> J0 7FVJ0< VFCF< 7F7700
W>EF< 7E<AFAJLF VLEUEJEE<FJFF J
W>EFJ 0>FV><J0 AE AFJL0F<LN A0F
AFJLN >JW JUE J0 V7EJF0J0J VFCFJ
7E<AF>J A >0J>E <LENO VJ A LJV>00
00J0J0J E VFCF< JL0 E W EJ 0J J0VFC
FEAJ0F0 >0>>< 0F0 J0 7E>FOU0< AFJ
J00 >JJ0< W<L V>JLF A0JF0> E JW<
VFCF< VJ J0J0J
```

Originálny text je písaný po slovensky, so zachovanými medzerami, bez interpunkčných a diakritických znamienok. Celý postup riešenia musí byť riadne popísaný. Len dešifrovaný text nestačí.

9 bodov



6B. Dešifrujte nasledujúci text:

```
TNOET JSFOA YVLIE NDCOV RATUI RRIFN EETTX EIRVN EMJDO UHUI
NOSFY ALEC
```

Originálny text je písaný po slovensky, bez interpunkčných a diakritických znamienok. Celý postup riešenia musí byť riadne popísaný. Len dešifrovaný text nestačí.