5 bodov

1A. Traja zlatokopi, ktorých cesty sa teraz rozchádzajú pri hostinci na rázcestí, si chcú vyryžované zlato rozdeliť rovnakou mierou, pretože na jeho ryžovaní mali všetci traja rovnaký podiel. Každému z nich patrí jedna tretina zlata. Ako si však majú získaný zlatý prach rozdeliť na tri rovnaké diely? Váhy majú len vo výmennom stredisku, ktoré je vzdialané na niekoľko dní cesty. Bez váh sú odkázaní iba na odhad od oka. Radia sa, ako to spravia, aby to bolo spravodlivé, t. j. aby boli všetci traja spokojní.
Keby boli len dvaja, situácia by bola hneď jednoduchšia. Vtedy by to mohli urobiť tak, že jeden rozdelí zlato na dve, podľa neho rovnaké, časti a druhý si potom jednu z týchto častí vyberie. Vtedy by nebolo dôvodu, aby si niečo navzájom vyčítali. V prípade troch zlatokopov to však takto jednoducho spraviť nepôjde.
Poraďte im, ako si majú počínať, keď chcú, aby každý dostal, podľa vlastnej mienky, aspoň tretinu zlata, a to aj vtedy, keby sa zvyšní dvaja tajne proti nemu spikli. Vami navrhovaný spôsob delenia nesmie obsahovať žiadne násilie, ani donucovanie!

Riešenie: Jedného z troch zlatokopov nazveme „rozdeľovač“ a tento rozdeľovač rozdelí zlato na, podľa jeho názoru, tri rovnaké kopy. Zvyšní dvaja zlatokopi si z týchto kôp potom vyberajú tú, o ktorú majú záujem. Pritom môžu nastať dve rôzne situácie:

1. Každý z tých dvoch si vyberie inú kopu. Vtedy rozdeľovačovi zostane tretia kopa a spravodlivý výber je ukončený. Každý zlatokop dostal tú kopu, ktorú chcel a rozdeľovač sa tiež nemôže sťažovať, pretože všetky tri kopy boli podľa neho rovnaké.

2. Obaja zlatokopi si vyberú tú istú kopu. To znamená, že podľa oboch zlatokopov každá zo zvyšných dvoch kôp obsahuje menej než $1/3$ zlata. To znamená, že hociktorú z nich môžu dať rozdeľovačovi. Ten sa nemôže sťažovať, pretože podľa neho každá kopa obsahuje presne $1/3$ zlata. Následne dajú dve kopy, ktoré im zostali, dokopy. Tieto, podľa ich mienky, musia spolu obsahovať viac než $2/3$ zlata. Jeden z nich zlato rozdelí na, podľa jeho názoru, dve rovnaké časti a druhý z nich si jednu z týchto častí vyberie. Takto sa žiaden zo zlatokopov nebude môcť sťažovať, pretože dostal podľa vlastnej mienky spravodlivý diel zlata.

Toto je príklad z knihy G. Bizám, J. Herczeg: Zaujímavá logika, *vydavateľstvo Alfa, Bratislava 1982* (príklad 70, strana 59).

5 bodov ♣

1B. Zadanie je rovnaké ako v príklade 1A., avšak teraz sú zlatokopi štyria. Takže vymyslite spôsob, ako si štyria zlatokopi môžu spravodlivo rozdeliť kopu zlata na štyri rovnaké časti.

Riešenie: Rovnako ako v úlohe 1A., jedného zo štyroch zlatokopov nazveme „rozdeľovač" a tento rozdeľovač rozdelí zlato na, podľa jeho názoru, štyri rovnaké kopy. Zvyšní traja zlatokopi si z týchto kôp potom vyberajú tú, o ktorú majú záujem. Pritom môžu nastať tri rôzne situácie:

1. Každý z tých troch si vyberie inú kopu. Vtedy rozdeľovač dostane kopu, ktorá zostala a nikto sa nemôže sťažovať.
2. Dvaja z tých troch si vyberú tú istú kopu. Vtedy tretí z nich dostane kopu, ktorú si vybral, zlato zo zvyšných troch kôp sa dá dokopy a zostávajúci traja zlatokopy si ho rozdelia spôsobom popísaným v úlohe 1A.
3. Všetci traja si vyberú tú istú kopu. To znamená, že každá zo zvyšných troch kôp podľa ich mienky obsahuje menej než $1/4$ zlata. Takže hociktorú z nich dajú rozdeľovačovi. Zostávajúce tri kopy spolu, podľa ich mienky, obsahujú viac než $3/4$ zlata. Toto zlato si zostávajúci traja zlatokopi rozdelia spôsobom popísaným v úlohe 1A.

Toto je príklad z knihy G. Bizám, J. Herczeg: Zaujímavá logika, *vydavateľstvo Alfa, Bratislava 1982* (príklad 71, strana 60).

6 bodov

♢

2A. Do každého štvorčeka patrí práve jedna cifra 0 až 9. Čísla sa nemôžu začínať nulou!

a	b	c	d
e		f	
g	h	i	
k			

Vodorovne:
a) Desaťkrát väčšie ako jeho desatina. e) Toto číslo sa nachádza aj medzi zvislými číslami. f) Je o 4 väčšie ako trojnásobok zvislého h). g) Číslo deliteľné 9. i) Piata mocnina svojej druhej číslice. k) Každá číslica je o rovnaké číslo menšia ako predchádzajúca.

Zvisle:
a) Párne číslo s rovnakými číslicami. b) Päťnásobok zvislého h). c) O 1 väčšie ako zvislé i). d) Aj toto má samé rovnaké číslice. h) Toľko eur má niekto v peňaženke. i) Číslo strany v jednej vynikajúcej knižke.

Riešenie: Pozrieme si nápovedy a nájdeme v nich informáciu, ktorej sa môžeme chytiť.

1. Vodorovné i). Jediná číslica, ktorej piata mocnina je dvojciferná, je 2. Preto bude vodorovné i) rovné 32.
2. Zvislé d). Toto číslo musí mať rovnaké číslice, a preto musí byť 2222.
3. Vodorovné k) a zvislé a). Rozdiel medzi ciframi môže byť len 1 alebo 2. V prípade 1 by prvá cifra čísla musela byť 5, avšak zvislé a) má byť párne číslo, takže to nie je možné. Preto musí byť vodorovné k) 8642 a zvislé a) 8888.
4. Vodorovné g). Číslo má byť deliteľné 9, takže to musí byť 81.
5. Zvislé b). Päťnásobok zvislého h) je 80.
6. Zvislé c). Číslo, ktoré je o 1 väčšie než zvislé i), je 35.

Vyplnená krížovka je:

a 8	b 8	c 3	d 2
e 8	0	f 5	2
g 8	h 1	i 3	2
k 8	6	4	2

Toto je príklad z knihy G. Bizám, J. Herczeg: Zaujímavá logika, *vydavateľstvo Alfa, Bratislava 1982* (príklad 122, strana 81).

6 bodov

2B. Do každého štvorčeka patrí práve jedna cifra 0 až 9. Čísla sa nemôžu začínať nulou!

a 1	b 4	c 6	d 4	e 1
f 6	4	g 4	2	0
h 1	1	■	i 6	6
j 4	k 6	l 7	m 6	0
n 6	8	0	6	8

Vodorovne:
a) Okrem vodorovného `h)` iným prvočíslom nie je deliteľné (číslo 1 nepovažujeme za prvočíslo!). f) Totožné so zvislým `c)`. g) Je deliteľné 7, aj vodorovným `m)`. h) Prvočíslo napísané rovnakými číslicami. i) Deliteľné vodorovným `h)`. m) Je deliteľné každým z čísel 1, 2, 3, 4, 5, 6. n) Je deliteľné číslom 1001.

Zvisle:
a) Deliteľné 9. b) Aj toto číslo je deliteľné 9. c) Deliteľné 8. e) Deliteľné 102. i) Deliteľné číslom 111. k) Začiatok vodorovného `n)`. l) Deliteľné 7.

Riešenie: Pozrieme si nápovedy a nájdeme v nich informáciu, ktorej sa môžeme chytiť.

1. Vodorovné h). Jediné dvojciferné prvočíslo napísané rovnakými číslicami je 11.
2. Vodorovné m). Jediné dvojciferné číslo deliteľne číslami 1, 2, 3, 4, 5, 6, je 60.
3. Zvislé i). Jediné trojciferné číslo, ktorého prostredná cifra je 6 a ktoré je deliteľné 111, je 666.
4. Vodorovné i). Jediné dvojciferné číslo, ktorého prvá cifra je 6 a ktoré je deliteľné 11, je 66.
5. Vodorovné a). Toto musí byť mocnina 11. Jediná päťcifrená mocnina 11 je $11^4 = 14641$.
6. Zvislé c). Má byť deliteľné 8, takže to musí byť 64.
7. Vodorovné g). Toto má byť deliteľné 7 aj 60 a prvá cifra je 4, takže to musí byť 420.
8. Zvislé e). Má byť deliteľné 102 a chýba nám už len posledná cifra – tá musí byť 8.
9. Zvislé b). Má byť deliteľné 9 a dve cifry sú 4 a 1. Tretia cifra (prostredná) musí byť preto 4.
10. Vodorovné f). Je totožné so zvislým c), čiže 64.
11. Vodorovné n). Je to päťciferný násobok čísla 1001, t. j. prvé dve cifry musia byť rovnaké ako posledné dve cifry a prostredná cifra bude 0. Bude to preto číslo 68068.
12. Zvislé k). Rovnaké ako začiatok vodorovného n), čiže 68.
13. Zvislé l). Je to dvojciferné číslo deliteľné 7 a druhá cifra je 0. Bude to preto 70.
14. Zvislé a). Je to číslo deliteľné 9 a súčet štyroch cifier je 14. Piata cifra preto musí byť 4.

Vyplnená krížovka je hore (v zadaní).

Toto je príklad z knihy G. Bizám, J. Herczeg: Zaujímavá logika, *vydavateľstvo Alfa, Bratislava 1982* (príklad 136, strana 88).

8 bodov ♡

3A. Televíznej súťaže sa zúčastnili traja súťažiaci. Každý z nich sedel v samostatnej sklenenej kabíne, takže sa navzájom mohli vidieť, ale nemohli sa dohovárať. Organizátor súťaže im ukázal 3 biele a 2 červené čiapky a potom každému z nich nasadil jednu z nich, pričom súťažiaci nevidel akej farby čiapku má nasadenú. Úlohou súťažiaceho bolo zistiť farbu svojej čiapky. Súťaž prebiehala v kolách. V každom kole organizátor zapol signalizačné zariadenie, pomocou ktorého súťažiaci mohol na svojej kabíne zobraziť predpokladanú farbu svojej čiapky, alebo otáznik, ak sa nevedel rozhodnúť. Súťažiaci, ktorý označí nesprávnu farbu, vypadáva z hry. Súťaž prebiehala takto:

I. V prvom kole všetci traja súťažiaci odpovedali otáznikom.

II. V druhom kole rovnako všetci traja odpovedali otáznikom.

III. V treťom kole nechal organizátor signalizačné zariadenie trvalo zapnuté a prvý, ktorý správne určí farbu svojej čiapky vyhráva. Jednému súťažiacemu sa to po niekoľkých sekundách podarilo.

Akú farbu mala čiapka víťaza a akej farby boli čiapky zvyšných dvoch súťažiacich?

Riešenie: Máme tri rôzne scenáre, ktoré môžu nastať kombináciou farieb čiapok:

1. Dve červené a jedna biela čiapka. Toto nie je ten správny scenár, pretože súťažiaci s bielou čiapkou by už po prvom kole vedel, že má bielu čiapku.

2. Jedna červená a dve biele čiapky. Takisto to nie je ten správny scenár, pretože by obidvaja súťažiaci s bielou čiapkou remízovali po druhom kole, keďže v prvom kole nenastal predošlý scenár.

3. Tri biele čiapky. Toto musí byť ten správny scenár. Keďže súťaž neskončila po prvom ani po druhom kole.

Víťaz musel mať na sebe bielu čiapku a zvyšní súťažiaci mali na sebe tiež biele čiapky.

Toto je príklad z knihy G. Bizám, J. Herczeg: Zaujímavá logika, *vydavateľstvo Alfa, Bratislava 1982* (príklad 172, strana 115).

8 bodov

♡

3B. Zadanie je analogické ako v príklade 3A. Rozdiely sú len v tom, že súťaže sa zúčastnilo 10 súťažiacich, bolo 8 bielych a 6 červených čiapok a kabíny boli umiestnené za sebou, takže každý súťažiaci videl len tých spolusúťažiacich, ktorí sedeli v kabínach pred ním, avšak na signalizačnom zariadení každý súťažiaci videl odpovede všetkých ostatných súťažiacich. Kabíny sa číslovali od konca, t. j. posledná kabína mala poradové číslo 1. Súťaž prebiehala v kolách a vyhráva ten súťažiaci, ktorý ako prvý správne určí farbu svojej čiapky. Ak by sa stalo, že v jednom kole viacerí súťažiaci správne určia farbu svojej čiapky, tak to je považované za remízu a nevyhráva nikto. V prvých troch kolách všetci súťažiaci odpovedali otáznikom, vo štvrtom kole jeden súťažiaci správne určil farbu svojej čiapky.

a) V ktorej kabíne sedel víťaz?

b) Čo vieme povedať o farbách čiapok ostatných súťažiacich?

Riešenie: Pozrime sa na jednotlivé kolá súťaže.

1. kolo: Všetci súťažiaci odpovedali „?“, čo znamená, že nikto nemôže mať pred sebou aspoň 6 súťažiacich s červenou čiapkou.

2. kolo: Opäť všetci odpovedali „?“, čo znamená, že nikto nemôže mať pred sebou aspoň 5 súťažiacich s červenou čiapkou a aspoň jedného súťažiaceho, ktorý odpovedal „?“ v predošlom kole.

3. kolo: Všetci odpovedali „?“, čo znamená, že nikto nemôže mať pred sebou aspoň 4 súťažiacich s červenou čiapkou a aspoň dvoch súťažiacich, ktorí odpovedali „?“ v predošlom kole.

4. kolo: Jeden súťažiaci odpovedal správne. Nemohol to byť súťažiaci v prvej, druhej alebo tretej kabínke, keďže tí vo 4. kole nedostali žiadne nové informácie. Taktiež to nemohli byť súťažiaci v ôsmej, deviatej alebo desiatej kabínke, pretože nemajú aspoň 3 ľudí pred sebou. Z údaju, že len jeden súťažiaci vyhral a nebola to remíza, vieme, že to nemohli byť ani súťažiaci v piatej, šiestej alebo siedmej kabínke, keďže by mali rovnakú šancu na výhru ako tí nad nimi. Z uvedeného vyplýva, že to musel byť súťažiaci vo 4. kabínke. Mal na sebe bielu čiapku a súťažiaci pred ním musel mať červenú čiapku. Ostatní súťažiaci pred nimi mali 2 červené a 3 biele čiapky. Farbu čiapok súťažiacich v kabínkach 1 až 3 nevieme určiť.

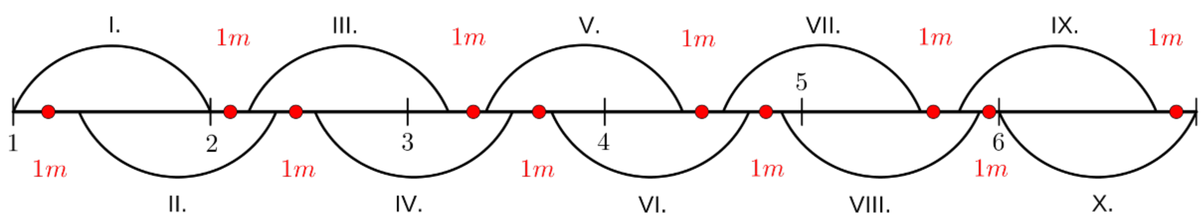
Toto je príklad z knihy G. Bizám, J. Herczeg: Zaujímavá logika, *vydavateľstvo Alfa, Bratislava 1982* (príklad 174, strana 116).

10 bodov

4A. Skupina pozorovateľov počas 6 minút sledovala jaštericu. Každý pozorovateľ pozoroval jaštericu presne 1 minútu, pričom zistil, že jašterica počas tejto minúty prebehla presne 1 m. Pred a po uplynutí týchto 6 minút jaštericu nikto nepozoroval a počas týchto 6 minút nenastal žiaden okamih, kedy by jaštericu nepozoroval aspoň jeden pozorovateľ. Ktosi, kto nepatril medzi spomenutých pozorovateľov, skonštatoval, že počas uvedených 6 minút jašterica prebehla 10 m. Je to možné? Ak áno, tak ako?

Riešenie: **Je to možné!**
Podľa zadania sa počas pozorovania jedným pozorovateľom pohla o 1 m, ale nikde nie je napísané, že sa pohybovala rovnomerne rýchlo. Jašterica mohla nejaký čas stáť a potom veľmi rýchlo prebehnúť 1 m. Ďalej vieme, že pozorovatelia sledovali jaštericu nepretržite po dobu 6 minút, každý pozorovateľ sledoval jaštericu presne 1 minútu, avšak nikde nie je uvedené, že by sa pozorovacie časy pozorovateľov nemohli prekrývať. To znamená, že pozorovateľov mohlo byť aj viac než 6. Skutočne, ak by za daných podmienok jašterica prebehla 10 m, muselo by ju sledovať aspoň 10 pozorovateľov. Potrebujeme preto nájsť spôsob, ako rozmiestniť pozorovacie časy desiatich pozorovateľov vrámci 6 minút a zároveň zistiť, ako sa počas týchto 6 minút jašterica pohybovala, aby prebehla 10 metrov.

Pozorovacie časy jednotlivých pozorovateľov sa budú čiastočne prekrývať. Vždy, keď jaštericu sleduje len 1 pozorovateľ, jašterica rýchlo prebehne 1 m a potom zastane. Keď ju budú pozorovať viacerí pozorovatelia súčasne, tak jašterica bude stáť. Zoberme si také rozmiestnenie pozorovateľov, aké vidíme na nasledujúcom obrázku.



Rímskymi číslami I. až X. sú označení pozorovatelia, ktorí jaštericu sledujú od začiatku 1. do konca 6. minúty. Časy prvého a posledného pozorovateľa sa čiastočne prekrývajú s II., resp. IX. pozorovateľom. Časové intervaly všetkých „vnútorných“ pozorovateľov sa prekrývajú s dvoma ďalšími pozorovateľmi. V časových intervaloch, označených červenými bodkami – teda počas doby, keď jaštericu sleduje len jeden pozorovateľ, prebehne jašterica 1 m a vo všetkých ostatných časových intervaloch bude jašterica stáť. Takto môže jašterica za daných podmienok prebehnúť 10 m.

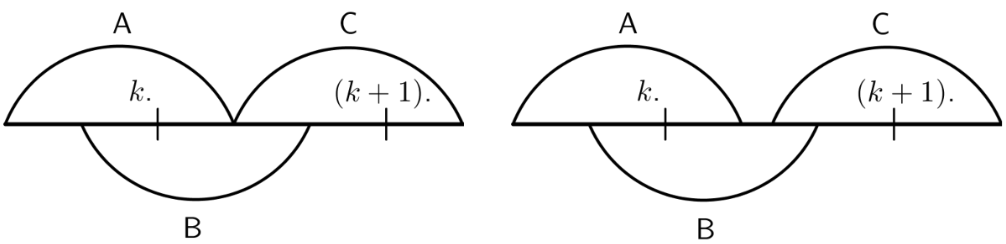
Toto je príklad z knihy G. Bizám, J. Herczeg: Zaujímavá logika, *vydavateľstvo Alfa, Bratislava 1982* (príklad 73, strana 60).

10 bodov

4B. Zadanie je analogické ako v príklade 4A, ale jašterica bola pozorovaná počas 10 minút. Akú najdlhšiu trasu mohla jašterica počas týchto 10 minút prebehnúť?

Riešenie: Úlohu najskôr všeobecne vyriešime pre prípad, že by jašterica bola pozorovaná n minút, kde n je ľubovoľné prirodzené číslo väčšie než 1 ($n \in \mathbb{N},\ n > 1$).

- Každý pozorovateľ sleduje jaštericu presne 1 minútu a počas jeho pozorovania jašterica prebehne presne 1 m.
- Jašterica je pozorovaná nepretržite od začiatku 1. minúty, po koniec n. minúty.
- Predošlé dva body znamenajú, že počas 1. aj počas n. minúty jašterica prebehne presne 1 m. Je to preto, lebo jašterica musí byť v každom okamihu pozorovaná aspoň jedným pozorovateľom, počas 1. minúty bude po celú dobu sledovaná prvým pozorovateľom a počas poslednej minúty ju bude sledovať posledný pozorovateľ.
- Pozorovacie intervaly jednotlivých pozorovateľov sa môžu a budú prekrývať, podobne ako v úlohe 4A. Ak by sa sledovacie intervaly pozorovateľov neprekrývali, jašterica by mohla prebehnúť maximálne toľko metrov, koľko minút ju sledujú.
- Tvrdíme, že počas každej minúty, od 2. až po $(n-1)$. minútu, môže jašterica prebehnúť maximálne 2 m, bez ohľadu na to, koľko ju sleduje pozorovateľov a na to, ako sú pozorovacie intervaly týchto pozorovateľov rozmiestnené. Toto tvrdenie dokážeme na nasledovnej trojici pozorovateľov $A,\ B,\ C$. Pozorovateľ A je prvý, ktorého sledovací čas končí po začiatku k. minúty. Pozorovateľ B je posledný, ktorý začal sledovať jaštericu skôr než pozorovateľ A skončil. Pozorovateľ C je posledný z pozorovateľov, ktorí začínajú jaštericu sledovať skôr, než B skončí. Ak chceme maximalizovať trasu, ktorú jašterica prebehla, tak podľa podmienok úlohy, takto definovaní pozorovatelia $A,\ B,\ C$ musia existovať. Pre začiatok pozorovateľa C máme 2 možnosti: C začal jaštericu sledovať v momente, keď A skončil, alebo neskôr než A skončil. Tieto dve situácie máme na nasledovnom obrázku (treba si uvedomiť, že pozorovateľ B môže jaštericu začať pozorovať aj po začiatku k. minúty, alebo presne na jej začiatku, takže obrázok sa dá nakresliť aj inak, ale na ďalších úvahách sa tým nič nezmení).



Pozorovatelia $A,\ B,\ C$ nám pokryjú časový interval od k. po $(k+1)$. minútu. V každom z možných prípadov jašterica počas pozorovania pozorovateľmi $A,\ B,\ C$ môže od začiatku k. po koniec $(k+1)$. minúty, prebehnúť maximálne 2 m.

- Z uvedených bodov je zrejmé, že v 1. a poslednej minúte môže jašterica prebehnúť 1 m a vo všetkých ostatných minútach môže prebehnúť maximálne 2 m.

Znamená to, že za n minút môže jašterica prebehnúť maximálne $2n - 2$ metrov. Konkrétne za 10 minút môže jašterica prebehnúť najviac 18 metrov.

Toto je príklad z knihy G. Bizám, J. Herczeg: Zaujímavá logika, *vydavateľstvo Alfa, Bratislava 1982* (príklad 76, strana 63).

7 bodov

5A. Jedného dňa sa naši priatelia z FEI STU vydali na medziplanetárnu výpravu do systému Alpha Centauri. Medzi prvými planétami, ktoré navštívili bola planéta TerraMachina. Táto planéta slúžila ako hlavný sklad pre zvyšok planét v Alpha Centauri. Bola zložená z obrovských i menších sektorov a robotov, ktorí sa o tieto sektory starali. Už pri prvom pohľade na túto planétu a jej robotov, zostali naši priatelia v nemom úžase. Mihajúci sa roboti krížom krážom okolo nich ich neprestávali udivovať. Hlavný inžinier tejto planéty im vysvetlil ako títo roboti fungujú. Každý jeden robot má na starosť údržbu sektorov podľa čísla, ktoré mu je pridelené. Napríklad:

- **Robot 1** vykonáva údržbu na každom jednom sektore planéty. ($S_1, S_2, S_3, S_4, \ldots$).
- **Robot 2** vykonáva údržbu na každom druhom sektore planéty. ($S_2, S_4, S_6, S_8, \ldots$).
- **Robot 3** vykonáva údržbu na každom treťom sektore planéty. ($S_3, S_6, S_9, S_{12}, \ldots$).
- A tak ďalej ...

Pri údržbe sektora robot spotrebuje 10-násobok svojho prideleného čísla v kilo-Jouloch. Napríklad:

- **Robot 1** spotrebuje 10 kJ.
- **Robot 5** spotrebuje 50 kJ.
- **Robot 7** spotrebuje 70 kJ.
- A tak ďalej ...

Pri jednom kole údržby bude prvých šesť sektorov vyzerať nasledovne:

- **Sektor 1** bude vyžadovať 10 kJ na svoju údržbu. (Robot 1)
- **Sektor 2** bude vyžadovať 30 kJ na svoju údržbu. (Robot 1 + Robot 2)
- **Sektor 3** bude vyžadovať 40 kJ na svoju údržbu. (Robot 1 + Robot 3)
- **Sektor 4** bude vyžadovať 70 kJ na svoju údržbu. (Robot 1 + Robot 2 + Robot 4)
- A tak ďalej ...

Vyrobených je toľko robotov, že už ani sám inžinier nevie ich konečný počet. Sektory sa taktiež tiahnu až do nedohľadna a teda nevieme ich presný počet. Naši priatelia sa preto zamysleli: *„Ktorý sektor bude ako prvý vyžadovať na svoju údržbu viac než* 20 252 025 *kJ?“* Vedel by si im s touto otázkou pomôcť?
Vašou úlohou je vytvoriť funkčný program, ktorý rieši daný problém algoritmicky. Program musí byť napísaný v programovacom jazyku podľa vášho výberu (napr. Python, Java, C++). Riešenie musí obsahovať zdrojový kód so zrozumiteľnými komentármi.

Riešenie: Riešenie je napísané v Pythone a slúži len na orientačné účely. Program ste mohli písať v akomkoľvek jazyku a v IDE podľa Vášho výberu. Rovnako mohla byť aj štruktúra programu iná. Dôležité je predovšetkým Vaše vysvetlenie a pochopenie logiky.

```
def najdi_sektor(hladana_hodnota, maximum_sektorov):
    # Inicializácia zoznamu 'sektory' s dĺžkou 'hladana_hodnota',
    # kde každá hodnota je nastavená na 1
    sektory = [1] * hladana_hodnota
    # Cyklus pre každé číslo 'i' od 2 po 'hladana_hodnota - 1'
    for i in range(2, hladana_hodnota):
        # Cyklus pre každý násobok 'i', pričom maximálny počet 'j'
        # je obmedzený na 'maximum_sektorov'
        for j in range(min(hladana_hodnota // i, maximum_sektorov)):
            # Zvyšujeme hodnotu v zozname 'sektory' na indexe 'i * j' o hodnotu 'i'
            sektory[i*j] += i
        # Ak hodnota v zozname 'sektory' na indexe 'i' dosiahne
        # alebo presiahne hodnotu 'hladana_hodnota',
        # vrátime hodnotu 'i' a ukončíme funkciu
        if sektory[i] >= hladana_hodnota:
            return i
```

Príklad volania funkcie `najdi_sektor` **s konkrétnym vstupom:**

```
vstup = 20252025
print(najdi_sektor(vstup // 10, vstup // 10))   # program by mal vypisat 480480
print(najdi_sektor(vstup // 15, 50))            # program by mal vypisat 360360
```

Správna odpoveď na otázku v zadaní úlohy je 480 480 sektorov.

Ak je niekto v programovaní úplný nováčik a nevie, kde a ako začať s jazykom Python 3, odporúčame pozrieť si tutoriál na tomto linku, kde Vám krok po kroku vysvetlia ako stiahnuť a nainštalovať Python 3 a IDE PyCharm.

7 bodov

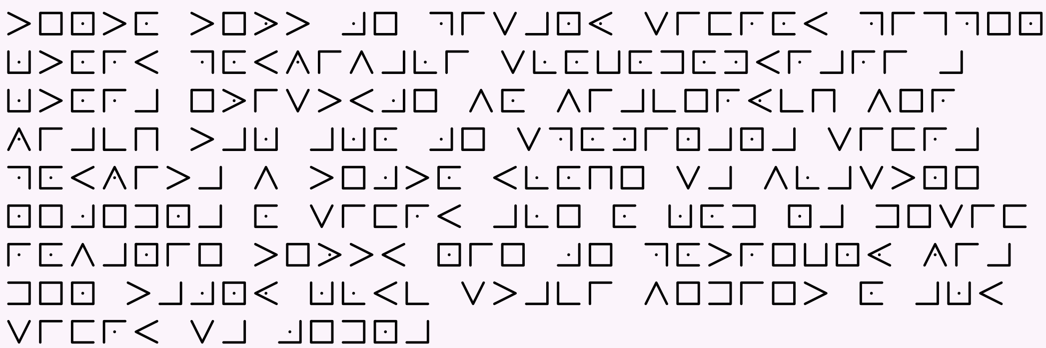
♡

5B. Táto úloha nadväzuje na úlohu 5A.
Potom čo správne zodpovedali otázku, ktorú si sami vymysleli, sa naši priatelia vydali pozrieť aj na ďalšie planéty v systéme Alpha Cenaturi. Keď sa po pár rokoch vrátili na TerraMachina, tak zistili, že roboty už nevládzu tak ako vládali kedysi, a aj ich spotreba pri údržbe Sektorov sa razantne zvýšila. Teraz každý jeden robot spotrebuje až 15-násobok svojho prideleného čísla a automaticky sa vráti na centrálu už po údržbe päťdesiatich sektorov. Po oboznámení sa so všetkými novými okolnosťami sa naši priatelia opäť zamysleli nad tou istou otázkou: *„Ktorý sektor bude teraz ako prvý vyžadovať na svoju údržbu viac než* 20 252 025 *kJ?“* Vedel by si im s touto otázkou pomôcť?
Vašou úlohou je vytvoriť funkčný program, ktorý rieši daný problém algoritmicky. Program musí byť napísaný v programovacom jazyku podľa vášho výberu (napr. Python, Java, C++). Riešenie musí obsahovať zdrojový kód so zrozumiteľnými komentármi.

Riešenie: Úloha 5B. je v porovnaní s úlohou 5A. komplikovanejšia len v tom, že musíme násobiť číslom 15. To pre človeka komplikuje výpočet, ale pre počítače to nepredstavuje žiaden rozdiel. Správna odpoveď je uvedená v riešení príkladu 5A. Je to 360 360 sektorov.

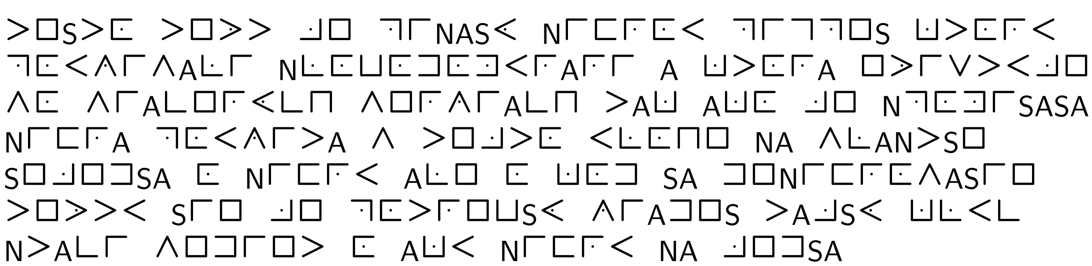
9 bodov

6A. Dešifrujte nasledujúci text:

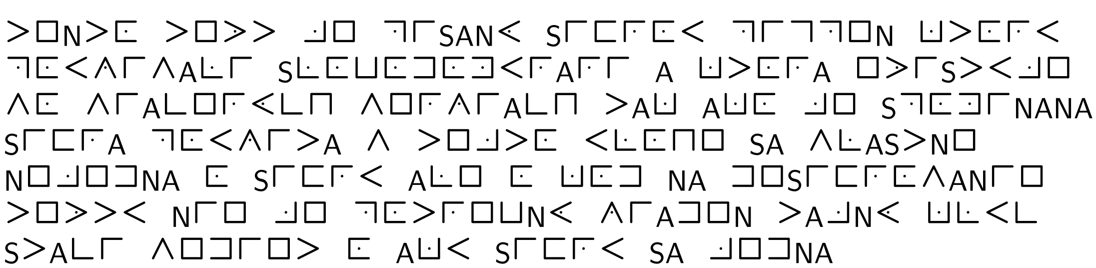


Originálny text je písaný po slovensky, so zachovanými medzerami, bez interpunkčných a diakritických znamienok. Celý postup riešenia musí byť riadne popísaný. Len dešifrovaný text nestačí.

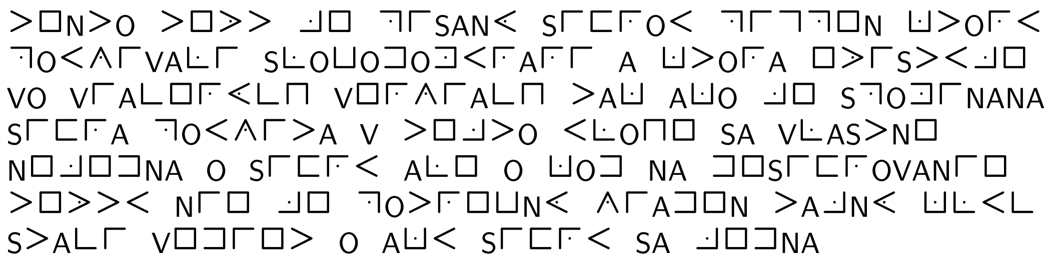
Riešenie: Najskôr sa zamerajte na slová dĺžky 1 a 2, ktoré sú v texte. Slová dĺžky 1 môžu v slovenčine byť A, O, S, Z, V, I, pričom výskyt I je extrémne zriedkavý. Slov dĺžky 2 je v slovenčine viacero. Sú to napríklad slová NA, SA, JE, VO, … všimnime si, že druhé písmeno je vždy samohláska. Takže skúsme teraz nahradiť znaky, ktoré sa vyskytujú v 1 a 2 písmenkových slovách a uvidíme, čo dostaneme. Najskôr nahradíme prvé 1 písmenové slovo v texte za A. Tento znak sa zároveň vyskytuje v troch rôznych 2 písmenkových slovách. Tieto by potom mohli byť NA, prípadne SA. Ak nahradíme znaky ┘=A, ∨=N a ⊡=S, tak dostaneme:



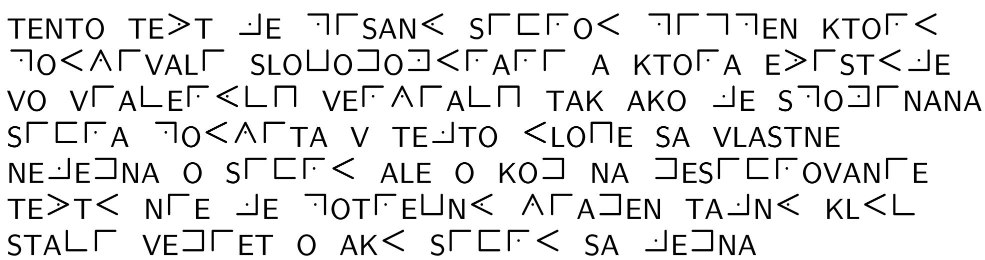
Tu zatiaľ nič čitateľné nevidno. Naopak vyskytuje sa tam postupnosť písmen SASA, ktorá je v slovenskom texte málo pravdepodobná. Skúsime preto substitúciu: ┘=A, ∨=S a ⊡=N. Dostaneme:



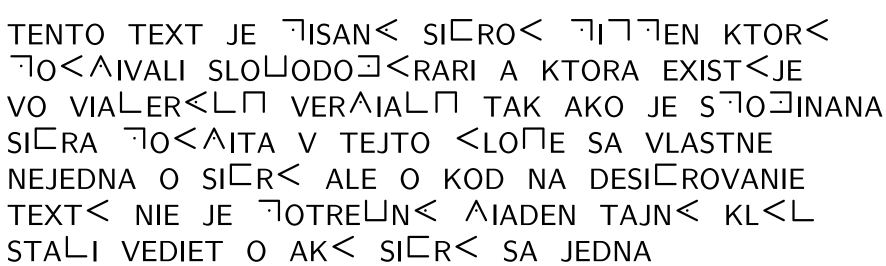
Toto už vyzerá realistickejšie, pretože kombinácie písmen ako SAN, alebo NANA sú v slovenčine pomerne bežné. Skúsime preto ďalšie 1 písmenkové slovo nahradiť za O. Tento znak sa nachádza aj v 2 písmenkovom slove, ktoré by potom mohlo byť napríklad VO. Nahradením ⊏=O a ∧=V dostaneme:



V texte zatiaľ všetko vyzerá v súlade so slovenčinou. Vidíme tam 3 písmenkové slovo A⊔O, ktoré by mohlo byť AKO. Okrem toho tam vidíme slovo V∟AS>N□, ktoré by mohlo byť VLASTNE, ale to zatiaľ len hádame. Takže skúsime nahradiť ⊔=K, ∟=L, >=T a □=E. Dostaneme:



Tu už sú čitateľné veľké časti textu, takže vidíme, že sme na správnej ceste. Druhé slovo bude s najväčšou pravdepodobnosťou TEXT, v druhom riadku vidíme slovo KTORA, niekoľkokrát sa v texte vyskytuje 2 písmenkové slovo, ktoré zrejme bude JE, a potom vo štvrom riadku bude zrejme slovo TEJTO a na začiatku piateho riadku bude asi slovo NEJEDNA a v predposlednom riadku bude zrejme druhé slovo NIE. Takže nahradíme >=X, ⌐=R, ⅃=J, ⊔=K, ⊐=D a Γ=I, čím dostaneme:



V prvom riadku vidíme slovo PISANY a nasledujúce slovo bude zrejme SIFROU. V druhom riadku nám vyskakuje slovo SLOBODOMURARI. Vo štvrtok riadku bude zrejme slovo ULOHE, v predposlednom riadku budú slová TEXTU, ZIADEN a KLUC. Napokon prvé slovo posledného riadku bude asi STACI. Takto sa postupným skúšaním a nahradzovaním znakov, dopracujeme ku otvorenému textu:

TENTO TEXT JE PISANY SIFROU PIGPEN KTORU POUZIVALI SLOBODOMURARI A KTORA EXISTUJE VO VIACERYCH VERZIACH TAK AKO JE SPOMINANA SIFRA POUZITA V TEJTO ULOHE SA VLASTNE NEJEDNA O SIFRU ALE O KOD NA DESIFROVANIE TEXTU NIE JE POTREBNY ZIADEN TAJNY KLUC STACI VEDIET O AKU SIFRU SA JEDNA

Alternatívne riešenie. Ak ste pri riešení úlohy využili aj počítač, možno ste si všimli, že po skopírovaní a následnom prilepení textu šifry do textového editora získate priamo správne riešenie. Pri sadzbe zadania pomocou typografického nástroja LaTeX sme použili pigpen font, ktorý mení len výzor písmen. Aj takúto skratku spolu s náležitým vysvetlením prechodu zo šifrovaného textu na dešifrovaný text budeme uznávať ako správne riešenie.

---

9 bodov

6B. Dešifrujte nasledujúci text:

```
TNOET JSFOA YVLIE NDCOV RATUI RRIFN EETTX EIRVN EMJDO UHUAI
NOSFY ALEC
```

Originálny text je písaný po slovensky, bez interpunkčných a diakritických znamienok. Celý postup riešenia musí byť riadne popísaný. Len dešifrovaný text nestačí.

Riešenie: Rovnako ako v úlohe 6A., aj tu už poznáme jazyk otvoreného textu (slovenčina). Prvý pohľad nám prezradí, že text je rozdelený do slov veľmi pravidelne. Všetky slová, okrem posledného, sú dĺžky 5. Posledné slovo má dĺžku 4. Takéto uniformné rozdelenie dĺžky slov nám indikuje, že z pôvodného otvoreného textu boli vynechané medzery a zašifrovaný text bol umelo rozdelený na 5-znakové skupiny, pričom posledná skupina je neúplná.

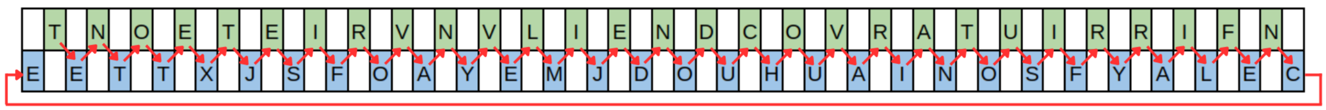
Na riadnu frekvenčnú analýzu je uvedený text príliš krátky, avšak aj tak, ak spočítame počty jednotlivých znakov, tak ich relatívne početnosti zhruba zodpovedajú tomu, čo by sa v slovenskom texte dalo očakávať. Môžeme preto predpokladať, že sa jedná o nejakú transpozičnú šifru.

Existuje viacero ciest, ktorými sa môžeme vydať. V rôznych časopisoch sa môžeme stretnúť s anagramami, teda so slovami s poprehadzovanými písmenami. Zoberme pero a papier a trochu sa pohrajme so slovami zo zašifrovaného textu. Budeme hľadať náznaky zmysluplných slov. Odborne sa tento postup nazýva anagramová metóda.

Po chvíli skúšania si istotne všimneme, že z prvého slova TNOET je možné dostať slovo „tento“. Rovnako zaujímavé je aj siedme slovo EETXX, z ktorého vieme získať slovo „text“, ak zanedbáme jedno E. Keďže sme predpokladali, že pôvodné medzery boli vyhodené a text bol umelo rozdelený na 5-znakové skupiny, môže to E navyše pochádzať z predošlého, alebo z nasledujúceho slova. Toto je cenná nápoveda, ktorá nám umožní zamyslieť sa nad tým, či tieto slová náš šifrovaný text nejako nepredeľujú. Uvedomenie si, že text má 12 slov a prvé a siedme nám odhaľujú zmysluplnú frázu „tento text“, nás privedie k hypotéze, že text treba predeliť napoly.

Následne je len na našej predstavivosti, aby sme sa hrali so slovami a písmenami a snažili sa z dvoch predpokladaných slov zistiť, akým postupom, resp. podľa akého pravidla, sme z otvoreného textu dostali zašifrovaný text.

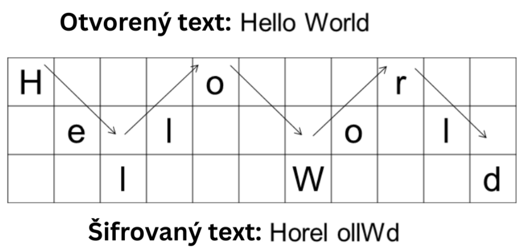
Ku správnemu riešeniu sa môžeme dostať viacerými spôsobmi. Môžeme napríklad rozdeliť šifrovaný text na dve polovice (6 a 6 slov) a predpokladať, že n-té slovo v prvej skupine má vzťah s n-tým slovom v druhej skupine. V takto rozdelenom texte zoberieme napríklad druhé slovo z každej skupiny. Striedavo vyberajme písmená z týchto slov. Dostaneme „jesifrovana“, čo bude pravdepodobne časť otvoreného textu. Postup aplikujeme aj na ostatné slová. Postupne dokážeme vytvoriť tabuľku, ktorú vidíme na nasledovnom obrázku.



Potom otvorený text (bez medzier) bude:

TENTOTEXTJESIFROVANYVELMIJEDNODUCHOUVARIANTOUSIFRYRAILFENCE

Šifra railfence. Predstavme si plot pozostávajúci z vodorovných drevených dosiek. Ako sa plot tiahne, klesajúc a stúýpajúc pod uhlom 45° píšeme na dosky text. Ani si to neuvedomujeme a ostáva za nami plotová šifra. V angličtine preto táto šifra má názov „railfence“ alebo v nemčine „zigzag“. Aj keď prvé použitie railfence šifry nevieme presne datovať, predpokladá sa, že vychádza zo známej antickej šifry skytalé. Jednotlivé dosky predstavujú „rails“. Keď plot rozoberieme, na každej doske nájdeme časť šifrovaného textu. Aby sme to preniesli do našej terminológie pera a papiera, otvorený text napíšeme „cik-cak“ (dole-hore) a následne ho čítame po riadkoch.



Ukážka šifrovania pomocou šifry railfence s tromi riadkami („rails“)

Trik pre počítačových mágov. Riešenie úlohy nám po správnom prvotnom úsudku dokážu veľmi uľahčiť počítačové aplikácie využívajúce anagramovú metódu. Jednu veľmi kvalitnú nájdeme na stránke HC Portal (klikateľná linka), prípadne môžeme použiť program CrypTool, alebo CrypTool2.